- El arco interseca la base en un punto, y se forma un triángulo.
- El arco es tangente a la base, y se forma un solo triángulo rectángulo.

EJEMPLO 4 Determinación de las partes de un triángulo

Calcular las partes restantes de un triángulo con $\beta = 40°$, $b = 5$ y $c = 9$.

Solución De acuerdo con la ley de los senos (1),

$$\frac{\operatorname{sen} 40°}{5} = \frac{\operatorname{sen} \gamma}{9} \quad \text{y así} \quad \operatorname{sen} \gamma = \frac{9}{5}\operatorname{sen} 40° \approx 1.1570.$$

Ya que el seno de cualquier triángulo debe estar entre -1 y 1, entonces sen $\gamma \approx 1.1570$ es imposible. Eso quiere decir que el triángulo no tiene solución; el lado b no tiene la longitud suficiente para llegar a la base. Es el caso que se ilustra en la figura 10.3.7a). ≡

10.3 Ejercicios Las respuestas a los problemas impares seleccionados comienzan en la página RESP-25.

En los problemas 1 a 10, use la ley de los senos para resolver el triángulo.

En los problemas 1 a 16, vea la figura 10.3.1.

1. $\alpha = 80°, \beta = 20°, b = 7$
2. $\alpha = 60°, \beta = 15°, c = 30$
3. $\beta = 37°, \gamma = 51°, a = 5$
4. $\alpha = 30°, \gamma = 75°, a = 6$
5. $\beta = 72°, b = 12, c = 6$
6. $\alpha = 120°, a = 9, c = 4$
7. $\gamma = 62°, b = 7, c = 4$
8. $\beta = 110°, \gamma = 25°, a = 14$
9. $\gamma = 15°, a = 8, c = 5$
10. $\alpha = 55°, a = 20, c = 18$
11. $\gamma = 150°, b = 7, c = 5$
12. $\alpha = 35°, a = 9, b = 12$
13. $\beta = 30°, a = 10, b = 7$
14. $\alpha = 140°, \gamma = 20°, c = 12$
15. $\alpha = 20°, a = 8, c = 27$
16. $\alpha = 75°, \gamma = 45°, b = 8$

≡ Aplicaciones diversas

17. **Longitud de una alberca** Una cuerda de 10 pies que hay para medir la longitud entre dos puntos, A y B, en los extremos opuestos de una alberca en forma de riñón, no es lo bastante larga. Se encuentra un tercer punto C tal que la distancia de A a C es de 10 pies. Se determina que el ángulo ACB es de 115°, y que el ángulo ABC es de 35°. Calcule la distancia de A a B. Vea la **FIGURA 10.3.8**.

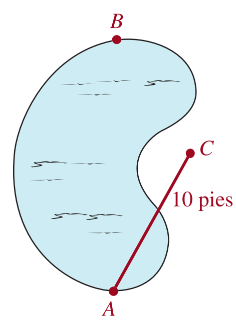

FIGURA 10.3.8 Alberca del problema 17

18. **Ancho de un río** Dos puntos, A y B, están en las orillas opuestas de un río. Otro punto, C, está en la misma orilla del río que B, a una distancia de 230 pies de él. Si el ángulo ABC es de 105° y el ángulo ACB es de 20°, calcule la distancia de A a B a través del río.

19. **Longitud de un poste de teléfono** Un poste de teléfono forma un ángulo de 82° con la horizontal. Como se ve en la **FIGURA 10.3.9**, el ángulo de elevación del Sol es de 76°. Calcule la longitud del poste telefónico, si su sombra mide 3.5 m (suponga que la inclinación del poste se aleja del Sol, y está en el mismo plano que el poste y el Sol).

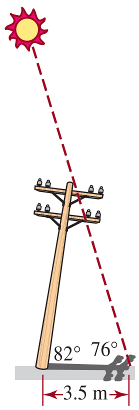

FIGURA 10.3.9 Poste telefónico del problema 19

20 **Desnivelado** Un hombre de 5 pies 9 pulgadas de estatura está parado en una acera que baja en ángulo constante. Un poste de alumbrado vertical, directamente atrás de él, forma una sombra de 25 pies de longitud. El ángulo de depresión desde la parte superior del hombre hasta la inclinación de su sombra es de 31°. Calcule el ángulo α, que se indica en la **FIGURA 10.3.10**, que forma la acera con la horizontal.

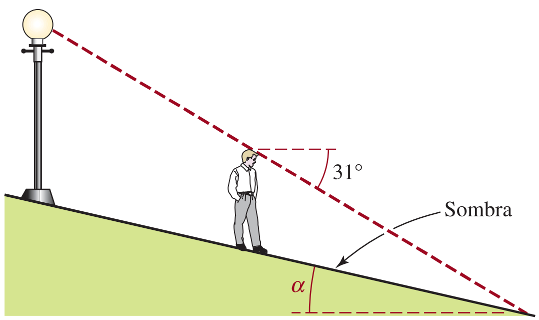

FIGURA 10.3.10 Acera con pendiente del problema 20

21. **¿Altura?** Si el señor del problema 20 está a 20 pies del poste de alumbrado, pendiente abajo por la acera, calcule la altura de la lámpara sobre la acera.

22. **Avión con altitud** Los ángulos de elevación hacia un avión se miden desde la parte superior y la base de un edificio que tiene 20 m de altura. El ángulo desde la azotea es de 38°, y desde la base es de 40°. Calcule la altitud del avión.

23. **Ángulo de golpeo** La distancia del tee al green de un determinado hoyo de golf es de 370 yardas. Un golfista realiza su primer golpe y coloca la pelota a 210 yardas del hoyo. Desde el punto donde se encuentra la pelota, el golfista mide un ángulo de 160° entre el tee y el green. Obtenga el ángulo de golpeo desde el tee medido desde la línea punteada que va del tee al green y que se muestra en la **FIGURA 10.3.11**.

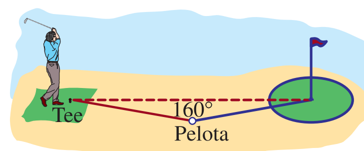

FIGURA 10.3.11 Ángulo de golpeo del problema 23

24. En el ejercicio anterior, ¿cuál es la distancia de la pelota al green?

10.4 Ley de los cosenos

■ Introducción Los triángulos para los que se conocen *tres lados* o *dos lados y el ángulo incluido* (esto es, el ángulo formado por los lados indicados) no se puede resolver en forma directa usando la ley de los senos. El método que describiremos a continuación se puede usar para resolver triángulos en estos dos casos.

■ Teorema de Pitágoras En un triángulo rectángulo, como el de la **FIGURA 10.4.1**, la longitud c de la hipotenusa se relaciona con las longitudes a y b de los otros dos lados, mediante el teorema de Pitágoras

$$c^2 = a^2 + b^2. \tag{1}$$

Esta última ecuación es un caso especial de una fórmula general para relacionar las longitudes de los lados de *cualquier* triángulo.

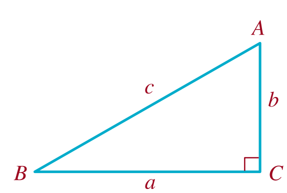

FIGURA 10.4.1 Triángulo rectángulo